伯克利 电学

常量

Electron charge: $e = 1.602 \times 10^{-19}\ C$

Electrostatic force constant: $k = 8.988 \times 10^{9}\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$

Vacuum permittivity: $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\ F/m$

第 1 章 静电学

库仑定律

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2 \hat{\mathbf{r}}_{21}}{r_{21}^2}$$

电荷系统的能量

$$U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{i\neq j}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\iiint \rho\phi\,\mathrm{d}v$$

通量

$$\Phi = \int \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{a}$$

高斯定理

$$\oiint_S \mathbf{E}\cdot\mathrm{d}\mathbf{a} = \frac{\mathbf{q}}{\varepsilon_\mathbf{0}} = \iiint_{\mathbf{\Omega}} \frac{\rho\,\mathrm{d}\mathbf{v}}{\varepsilon_\mathbf{0}}$$

带点球电场

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

带电直线电场

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

带电平面电场

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

电荷层受力

$$\frac{F}{A} = \frac{E_1 + E_2}{2}\sigma$$

电场能量

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2}\iiint \mathbf{E}^2 \,\mathrm{d}\mathbf{v}$$

第 2 章 电势

电势差

$$\Phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E}\cdot \mathrm{d}\mathbf{s}$$

$$\mathbf{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi$$

偶极子

$$\phi(r,\theta) \approx \frac{kql\cos\theta}{r^2} \equiv \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \equiv \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\mathbf{E}(r,\theta) = -\boldsymbol{\nabla}\phi = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(2\cos\theta\,\vec{\mathbf{r}} + \sin\theta\,\vec{\boldsymbol{\theta}})$$

等势线：$\phi = \phi_0 \quad \Rightarrow \quad r = r_0\sqrt{\cos\theta}$

电场线：$\dfrac{E_r}{E_\theta} = \dfrac{\mathrm{d}r}{r\,\mathrm{d}\theta} \quad \Rightarrow \quad r = r_0\sin^2\theta$

散度

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{F} \equiv \lim_{V_i\to 0}\iint_{S_i}\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}_i$$

高斯定理

$$\iiint\limits_{\Omega}\frac{\rho\,\mathrm{d}v}{\varepsilon_0} = \oiint\limits_{S}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a} = \iiint\limits_{\Omega}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}v$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta\phi = \boldsymbol{\nabla}^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

调和函数

若 $\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{\phi} = 0$，则函数 $\boldsymbol{\phi}$ 在任何球面的均值等于在球心的值。

恩绍原理

在空无一物的空间中，不可能构建一个使带电粒子能都保持稳定平衡的电场。

电荷密度与电场、电势的关系

$$\rho = \varepsilon_0\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} = -\varepsilon_0\boldsymbol{\nabla}^2\cdot\boldsymbol{\phi}$$

斯托克斯定理

$$\int_L \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} = \iint\limits_S \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{a}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$$

第 3 章 导体的电场

唯一性定理

对于分别具有电势 ϕ_k 的一系列导体构成的系统，假定有一个解 $\phi(x,y,z)$ 成立，那么这个解是唯一的。

Proof.

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{W} &\overset{d}{=} \boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\phi}_2 \\
\Rightarrow \boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{W} &= \boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{\phi}_1 - \boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{\phi}_2 \\
&= (-\frac{\rho}{\varepsilon_0}) - (-\frac{\rho}{\varepsilon_0}) = 0 \\
\Rightarrow \boldsymbol{W} &= \boldsymbol{0}
\end{aligned}$$

推论：任意形状的空腔导体的内部空间里如果没有电荷，那么这个空腔内电场一定为零。